



**HAL**  
open science

# Optimisation globale de problèmes Min-Max : application à la synthèse de loi de commande robuste

Dominique Monnet, Jordan Ninin, Benoit Clement

► **To cite this version:**

Dominique Monnet, Jordan Ninin, Benoit Clement. Optimisation globale de problèmes Min-Max : application à la synthèse de loi de commande robuste. 19ème Congrès annuel de la Société française de recherche opérationnelle et d'aide à la décision (ROADEF 2018), Lab-STICC Feb 2018, Lorient, France. hal-01780530

**HAL Id: hal-01780530**

**<https://ensta-bretagne.hal.science/hal-01780530>**

Submitted on 27 Apr 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Optimisation globale de problèmes Min-Max : Application à la synthèse de loi de commande robuste

Dominique Monnet<sup>1</sup>, Jordan Ninin<sup>1</sup>, Benoit Clément<sup>1</sup>

ENSTA-Bretagne, Lab-STICC, équipe PRASYS, Brest, France

{dominique.monnet,jordan.ninin,benoit.clement}@ensta-bretagne.fr

**Mots-clés** : *recherche opérationnelle, optimisation globale, analyse par intervalles, automatique.*

## 1 Contexte

Ces dernières années, la robotisation et l'automatisation des processus a eu une formidable croissance. Pour le grand public, le développement des drones aériens et des voitures autonomes a créé un véritable engouement pour les véhicules autonomes. L'utilisateur réclame de plus en plus que les systèmes d'aide à la décision, dans lesquels il devait intervenir, soient maintenant automatisés complètement, mais sans toutefois, dégrader la qualité du système ou sa sécurité. Ce changement de configuration implique de nombreux problèmes, notamment au niveau juridique, car en cas d'incident, la responsabilité des dommages engendrés par un système autonome en revient principalement à son concepteur. Contrairement à un système d'aide à la décision, l'utilisateur reste maître de ces choix et donc responsable des dommages qu'il engendre [1].

Ainsi, lorsqu'un système est automatisé par la synthèse d'une loi de commande, le concepteur, tout comme l'utilisateur final, réclame des garanties sur la qualité et la sécurité du système. Pour les garantir, plusieurs critères mathématiques sont utilisés. Par exemple, la minimisation du critère  $H_2$  d'un système garantit une faible consommation énergétique de la commande, ou encore, le critère  $H_\infty$  garantit la robustesse de la commande [2]. De nombreuses méthodes numériques existent pour résoudre ces problèmes, celles-ci sont principalement basées sur une reformulation en un problème d'*inégalité matricielle linéaire* (LMI) [3]. Mais, celle-ci éprouve quelques difficultés à apporter des certifications numériques lorsque plusieurs critères sont combinés avec des incertitudes de modélisation.

Devant les exigences grandissantes en terme de sécurité, nous avons développé un algorithme d'optimisation globale basé sur l'analyse d'intervalles, permettant de résoudre des problèmes de synthèse de loi de commande avec plusieurs critères  $H_\infty$  et un critère  $H_2$  et des incertitudes de modélisation. Ce problème peut se reformuler sous la forme suivante [4] :

$$\begin{cases} \min_{x \in \mathbb{R}^n} & \sup_{y \in \mathbb{Y}} f(x, y) \\ s.t. & g_i(x, y) \leq 0, \forall y \in \mathbb{Y} \subseteq \mathbb{R}^m, \forall i. \end{cases} \quad (1)$$

Les variables  $x_i$  correspondent aux paramètres permettant de générer la loi de commande. Les variables  $y_i$  correspondent aux paramètres fréquentiels et aux incertitudes de modélisation. Les fonctions  $f$  et  $g_i$  sont des fonctions non convexes.

## 2 Résolution par un algorithme d'optimisation globale

L'architecture générale est basée sur l'algorithme *Interval Branch&Bound Algorithm* (IBBA) [5]. L'idée consiste à imbriquer un algorithme de branch&bound (appelé *slave*) à chaque itération d'un autre branch&bound (appelé *master*). À chaque itération du *master*, l'algorithme *slave* est utilisé pour calculer des bornes  $[f_{sup}(x), \overline{f_{sup}(x)}] = (\sup_{y \in \mathbb{Y}} f(x, y))$  pour tout  $x \in \mathbb{X}_i$  avec  $\mathbb{X}_i$  l'élément courant du branch&bound *master*. La complexité de l'algorithme étant essentielle, de nombreuses techniques sont nécessaires pour accélérer la vitesse de convergence de l'algorithme *slave* tout en obtenant des bonnes bornes de façon efficace :

- Des techniques de programmation par contrainte sont utilisées pour réduire le domaine d'étude  $\mathbb{Y}$ , en se focalisant uniquement sur la partie contenant les extrémums de  $f$  selon  $y$  [6].
- Une technique d'approximation linéaire est utilisée pour obtenir de bonnes solutions pour améliorer la borne inférieure  $f_{sup}(x)$ .
- Dans le *master*, des informations de calcul sont transmises à chaque branchement pour permettre un redémarrage à chaud de l'algorithme *slave*. Plusieurs stratégies ont été testées pour trouver le bon compromis pour conserver une bonne accélération de l'algorithme *slave*, tout en minimisant l'espace mémoire utilisé pour ne pas saturer rapidement toute la RAM de l'ordinateur.

À la fin de l'exécution, l'algorithme fournit une solution qui vérifie tous les critères de façon fiable et garantie numériquement, ainsi qu'un encadrement de la valeur du minimum global du critère à la précision souhaitée par l'utilisateur.

L'ensemble de l'algorithme est basé sur les méthodes ensemblistes et l'analyse par intervalles. L'implémentation utilise la librairie *IBEX* [7]. Plusieurs exemples de synthèse de loi de commande ont été résolus et comparés avec des solutions obtenues par d'autres techniques (LMI), puis valides par des expérimentations sur des sous-marins autonomes [8].

## Références

- [1] Ninin J. and Mazeau L. *La recherche opérationnelle : De quelques enjeux juridiques des mécanismes d'aide à la décision*. Lex Electronica, vol. 22, pp.57–79, 2017.
- [2] Zhou, K. and Doyle, J. C. *Essentials of Robust Control*. Prentice Hall, 1998.
- [3] Arzelier D., Clement B. and Peaucelle D. *Multi-objective  $H_2/H_\infty$ /impulse-to-peak control of a space launch vehicle*. European Journal of Control, vol. 12(1), pp.57–70, 2006.
- [4] Monnet D., Ninin J. and Clement B. *A global optimization approach to structured regulation design under Hinfinity constraints*. 55th IEEE Conference on Decision and Control, Dec 2016, Las Vegas, United States. 2016.
- [5] Ninin J. and Messine J. *A metaheuristic methodology based on the limitation of the memory of interval branch and bound algorithms*. Journal of Global Optimization, vol.50, pp.629–644, 2011.
- [6] Ninin J., Messine F. and Hansen P. *A reliable affine relaxation method for global optimization*. 4OR : A Quarterly Journal of Operations Research, Springer Verlag, vol. 13(3), pp.247–277, 2015.
- [7] *IBEX : a C++ numerical library based on interval arithmetic and constraint programming*. <http://www.ibex-lib.org/>.
- [8] Monnet D., Ninin J. and Clement B. *A global optimization approach to  $H_\infty$  synthesis with parametric uncertainties applied to AUV control*. IFAC World Congress, Jul 2017, Toulouse, France. 2017.